２０１9数学オリンピック予選　問題　12

梅屋萬年堂 2018 年 2 月

問題 12　設問の $F(F(A)\cup B)=A\cap F(B)$ をみたす対応 F と言われて、思いついたのは以下のケース。なお、以下の集合 X,Y,A,B,C は設問の集合 S の部分集合です。

(A)　$F:X\to\overline{X}$
$F(F(A)\cup B)=F(\overline{A}\cup B)=\overline{\overline{A}\cup B}=A\cap\overline{B}$
$A\cap F(B)=A\cap\overline{B}$

(B)　$F:X\to\phi$
$F(F(A)\cup B)=F(\phi\cup B)=F(B)=\phi$
$A\cap F(B)=A\cap\phi=\phi$

(C)　$\forall X,Y\ (\ F:X\to Y\ \ ,\ \ Y\to X\ )$
$F(F(A)\cup B)=F(B\cup B)=F(B)=A$
$A\cap F(B)=A\cap A=A$

(D)　$F:X\to\overline{X}\cap C$
$F(F(A)\cup B)=F((\overline{A}\cap C)\cup B)=F((\overline{A}\cup B)\cap(C\cup B))=\overline{(\overline{A}\cup B)\cap(C\cup B)}\cap C=(\overline{(\overline{A}\cup B)}\cup\overline{(C\cup B)})\cap C=\big((A\cap\overline{B})\cup(\overline{C}\cap\overline{B})\big)\cap C=(A\cap\overline{B}\cap C))\cup(\overline{C}\cap\overline{B}\cap C)=(A\cap\overline{B}\cap C))\cup\phi=A\cap\overline{B}\cap C$
$A\cap F(B)=A\cap(\overline{B}\cap C)=A\cap\overline{B}\cap C$

　なのですが、ケース C や D が何通りあるのか？そもそも問題の「対応」を理解できてないのかもしれない？質問として取り扱ってください。お恥ずかしい ????